

УДК 519.634

## ПРИМЕНЕНИЕ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ГРУППЫ ЛЮДЕЙ<sup>1)</sup>

© 2004 г. Г. Г. Малинецкий\*, М. Е. Степанцов\*\*

(\* 125047 Москва, Миусская пл., 4, ИПМ;

\*\* 107150 Москва, ул. Лосиноостровская, 24, МГСоц.У)

e-mail: mew@narod.ru; gmalin@keldysh.ru

Поступила в редакцию 26.01.2004 г.

Рассматривается проблема моделирования направленного движения группы людей, исходя из аналогии с некоторыми газодинамическими процессами. Предлагается модель на основе клеточного автомата, учитывающая возможность людей анализировать ситуацию и выбирать оптимальное направление движения. Представлены результаты некоторых тестовых расчетов. Библ. 5. Фиг. 4.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, клеточные автоматы.

### ВВЕДЕНИЕ

При рассмотрении вопросов безопасности и управления рисками в условиях современного крупного города возникает, в числе прочих, задача изучения движения неорганизованных групп людей при наличии каких-либо препятствий этому движению. Очевидно, такое изучение целесообразно проводить путем построения и исследования моделей данных процессов.

Математическое моделирование движения неорганизованной группы людей представляет собой проблему, родственную определенному классу задач газодинамики (движение людей содержит как хаотическую, так и направленную составляющие, аналогично движению молекул во внешнем поле).

Для решения некоторых задач газодинамики, в частности, для описания неизотермических процессов в идеальном газе (см. [1]) и диффузии в пористой среде (см. [2]), оказалось возможным применить модели класса клеточных автоматов. Поэтому интересно рассмотреть возможность построения моделей движения неорганизованной группы людей, перемещающихся целенаправленно при наличии препятствий их движению, на основе клеточных автоматов. В [3] было показано, что дифференциальные уравнения в частных производных, возникающие при построении моделей такого движения, являются существенно нелинейными, поэтому решение таких задач представляет определенные трудности. В связи с этим в [3] предлагалась модель на основе клеточного автомата, позволявшая описать некоторые характерные ситуации, возникающие при таком движении, однако обладавшая рядом существенных недостатков. Цель нынешней работы – предложить модель, лишенную этих недостатков.

### 1. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ

Будем рассматривать движение людей на плоскости, часть которой занята непроходимыми препятствиями.

Построим модель на основе клеточного автомата, предложенного в [4]. Если не оговорено иное, все величины, о которых будет идти речь, представляют собой целые числа, что связано с дискретным характером моделей класса клеточных автоматов. Ортогональная сетка, используемая в качестве поля данного клеточного автомата, задает четыре возможных направления движений (вдоль линий сетки), исключая остальные направления из рассмотрения. Состояние клетки будет соответствовать наличию или отсутствию частицы (человека) в данной точке, но не будет однозначно определять направление его движения в отличие от классических решеточных газов (см. [5]).

<sup>1)</sup>Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (код проекта 02-01-00844).

Предположим, что каждый человек в группе стремится двигаться в определенном (одном для всех) направлении. При невозможности двигаться в этом направлении, наличии на пути непреодолимых препятствий или значительного количества других людей человек пытается изменить направление движения, выбирая то, на котором препятствия минимальны.

Будем также считать, что движущиеся люди могут просматривать обстановку в толпе на расстоянии  $r$  и выбирать направление движения, в котором они наблюдают наименьшее количество других людей и отсутствие препятствий.

Пусть поле клеточного автомата представляет собой совокупность двух прямоугольных матриц  $(F; V)$ , где  $F$  – матрица значений  $f_{ij}$  в узлах равномерной ортогональной сетки,  $f_{ij} \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$  – величина, соответствующая наличию (1) или отсутствию (0) человека в данном месте (остальные значения используются на промежуточном шаге динамики модели и собственного смысла не имеют),  $V$  – матрица значений  $v_{ij}$  в узлах,  $v_{ij} \in \{0; 1\}$  – величина, соответствующая наличию (1) или отсутствию (0) препятствия в данном месте.

Выберем для нашей модели окрестность фон Неймана. На изменение состояния клетки влияют четыре ее соседа; традиционно обозначим их первыми буквами названий сторон света:  $N$   $W$   $C$   $E$   $S$ .

Введем переменную  $\alpha$ , которая может принимать значения  $N, W, C, E, S$ , определим для этой переменной операцию  $\bar{\alpha}$ , результатом которой будет противоположное направление (например,  $\bar{N} = S$ , причем  $\bar{C} = C$ ) и примем соответствующие обозначения для состояний соседей выбранной клетки:

$$f_{i+1,j} = f_{ij}^{(N)}, f_{i,j+1} = f_{ij}^{(E)}, \dots, f_{ij} = f_{ij}^{(C)}.$$

Аналогичные обозначения введем для значений элементов матрицы  $V$ , соседних с выбранным.

Зададим правила вычисления вероятностей перемещения из данной клетки в соседние (применим его только к клеткам, для которых  $f_{ij} = 1$ ).

Прежде всего, запретим перемещаться в занятые клетки и клетки, содержащие препятствия

$$P'_{ij}(\alpha) = \frac{1}{4}(1 - f_{ij}^{(\alpha)})(1 - v_{ij}^{(\alpha)}). \tag{1.1}$$

Затем введем в модель элемент анализа окружающей обстановки людьми, движущимися в группе. На каждом шаге для каждой клетки поля клеточного автомата, находящейся в состоянии 1, рассчитаем вероятности смещения человека из данного положения в одну из четырех соседних клеток. Для этого положим эти вероятности равными нулю в случае, если соседняя клетка занята. Для оставшихся направлений осуществим “просмотр” на расстояние  $r$ , находящихся в состоянии 1, причем, если в этом направлении встречается клетка с препятствием, она и все клетки, лежащие за ней, рассматриваются как занятые.

Для реализации этого вычислим вероятности  $P''_{ij}(\alpha)$  перемещения в соседние клетки, уменьшив их в тех направлениях, где большее число клеток занято людьми или препятствиями:

$$P''_{ij}(N) = \left[ 1 - \frac{1}{r} \left( \sum_{k=1}^{r^*} f_{ij+k} + r - r^* \right) \right] P'_{ij}(N),$$

$$P''_{ij}(S) = \left[ 1 - \frac{1}{r} \left( \sum_{k=1}^{r^*} f_{ij-k} + r - r^* \right) \right] P'_{ij}(S),$$

$$P''_{ij}(E) = \left[ 1 - \frac{1}{r} \left( \sum_{k=1}^{r^*} f_{i+kj} + r - r^* \right) \right] P'_{ij}(E),$$

$$P_{ij}''(W) = \left[ 1 - \frac{1}{r} \left( \sum_{k=1}^{r^*} f_{i-kj} + r - r^* \right) \right] P_{ij}'(W),$$

где  $r$  – глубина просмотра при оценке ситуации (задаваемый произвольно параметр модели),  $r^*$  – расстояние от данной клетки до ближайшей в данном направлении клетки, содержащей препятствие, а  $P_{ij}'(\alpha)$  – вероятности, вычисленные по формулам (1.1).

Теперь увеличим вероятность движения в заданном направлении, выбрав в качестве такого направления, например,  $N$ :

$$\begin{aligned} P_{ij}(N) &= P_{ij}''(N) + a \min[1 - P_{ij}''(N); P_{ij}''(S); P_{ij}''(W); P_{ij}''(E)], \\ P_{ij}(S) &= P_{ij}''(S) - \frac{a}{3} \min[1 - P_{ij}''(N); P_{ij}''(S)], \\ P_{ij}(E) &= P_{ij}''(E) - \frac{a}{3} \min[1 - P_{ij}''(N); P_{ij}''(E)], \\ P_{ij}(W) &= P_{ij}''(W) - \frac{a}{3} \min[1 - P_{ij}''(N); P_{ij}''(W)], \end{aligned} \quad (1.2)$$

где  $a \in [0; 1]$  – некоторый коэффициент, задающий степень стремления двигаться в этом направлении от 0 (такого стремления нет) до 1 (такое движение осуществляется при любой возможности).

Вероятности (1.2), вычисленные для каждой клетки, находящейся в состоянии 1, определяют динамику модели на данном шаге.

Теперь зададим закон изменения конфигурации поля клеточного автомата  $F$  на каждом шаге в виде рекуррентного соотношения  $F_{n+1} = \Phi(F_n)$ , где отображение представим в виде  $\Phi = \Phi_2 \circ \Phi^1$ .

Вначале рассмотрим отображение  $\Phi_1$ . Введем для каждой клетки, в которой  $f_{ij} = 1$ , переменную  $\beta_{ij}$ , которая может принимать значения  $N, W, C, E, S$ , и вычислим значения этих переменных как случайных величин с законом распределения

$$\begin{aligned} P(\beta_{ij} = \alpha) &= P_{ij}(\alpha), \\ P(\beta_{ij} = C) &= 1 - \sum_{\alpha \neq C} P_{ij}(\alpha) \end{aligned} \quad (1.3a)$$

или

$$\begin{aligned} P(\beta_{ij} = \alpha) &= \begin{cases} 0, & \text{если } \forall \gamma \quad P_{ij}(\gamma) = 0, \\ P_{ij}(\alpha) / \sum_{\gamma \neq C} P_{ij}(\gamma) & \text{в ином случае,} \end{cases} \\ P(\beta_{ij} = C) &= \begin{cases} 1, & \text{если } \forall \gamma \neq C \quad P_{ij}(\gamma) = 0, \\ 0 & \text{в ином случае,} \end{cases} \end{aligned} \quad (1.3b)$$

(здесь  $\alpha \neq C$ ).

При этом вариант (1.3a) соответствует модели “терпеливых” людей, а вариант (1.3b) – “беспокойных”.

Теперь определим отображение  $\Phi_1$ :

$$\Phi_1(f_{ij}) = \sum_{\alpha} g_{ij}(\alpha), \quad \text{где } g_{ij}(\alpha) = \begin{cases} f_{ij}^{(\alpha)}, & \text{если } \beta_{ij}(\alpha) = \bar{\alpha}, \\ 0 & \text{в ином случае,} \end{cases}$$

(здесь  $\alpha$  принимает любые значения).

Таким образом, отображение  $\varphi_1$  описывает смещение частиц (людей) на свободные места, игнорируя то, что на одно свободное место может найтись до четырех “претендентов”. Надо отметить, что матрица  $\varphi_1(F)$  не является полем битов ( $\varphi_1(f_{ij}) \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$ ).

Теперь рассмотрим отображение  $\varphi_2$ , введенное для того, чтобы решить эту проблему “перенаселения” некоторых клеток.

Его проще всего описать при помощи следующего алгоритма.

Для всех  $i, j$  выполнить

**Шаг 1.** Если  $\varphi_1(f_{ij}) \leq 1$ , то перейти к шагу 4.

**Шаг 2.** Присвоить переменной  $\alpha$  случайное значение из возможных, определяемых условием  $w_{ij}^{(\alpha)} \cdot \varphi_1(f_{ij}^{(\alpha)}) \neq 0$ .

**Шаг 3.** Изменить значения элементов матрицы (пользуясь терминологией клеточных автоматов – изменить состояние клеток поля) по следующему закону:  $\varphi_1(f_{ij}^{(\alpha)})$  присвоить значение 1,  $\varphi_1(f_{ij})$  присвоить значение  $\varphi_1(f_{ij}) - 1$ .

**Шаг 4.** Перейти к шагу 1.

**Шаг 5.** Положить  $\varphi_2(\varphi_1(f_{ij})) = \varphi_1(f_{ij})$ .

Описание закона изменения конфигурации поля клеточного автомата закончено.

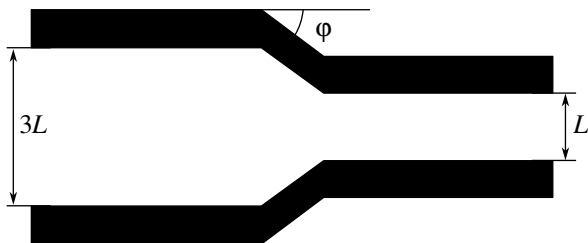
Этот закон задает перемещение частиц по полю клеточного автомата, при котором каждая частица перемещается в выбранном направлении, стремясь обходить препятствия такому движению в направлении, наиболее свободном для движения. Надо отметить, что заданный таким образом закон изменения конфигурации поля сохраняет число клеток, находящихся в состоянии 1 ( $\sum_{i,j} f_{ij} = \text{const}$ ), что является естественным требованием к модели.

## 2. РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ПРИ ПОМОЩИ МОДЕЛИ

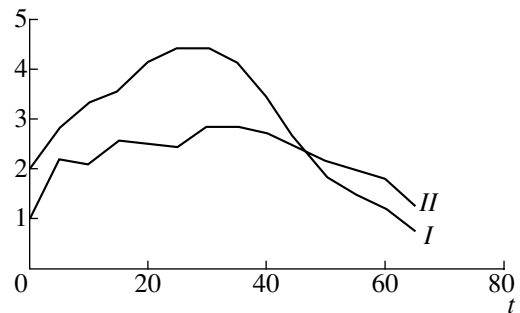
Интересно проверить эффективность этой модели на некоторых тестовых задачах возможно имеющих практическую ценность. Первая заключается в том, чтобы, исследовав различные профили сужения подземного перехода (вид сужения представлен на фиг. 1), найти наибольшее значение угла  $\varphi$  (при этом общая длина сужения будет наименьшей, что, видимо, выгодно конструктивно), при котором не будет наблюдаться ярко выраженного затора при потоке людей большой плотности.

Моделирование этой ситуации при различных значениях параметров – угла  $\varphi$  и плотности потока людей  $L$  – показало, что при значениях угла, не превышающих  $\varphi_{кр} = \pi/4$ , затор возникает лишь при плотности потока, превышающей 1/3 от максимально возможной (на входе заполняется треть всех клеток). Это связано с ограничением физической пропускной способности узкой части перехода.

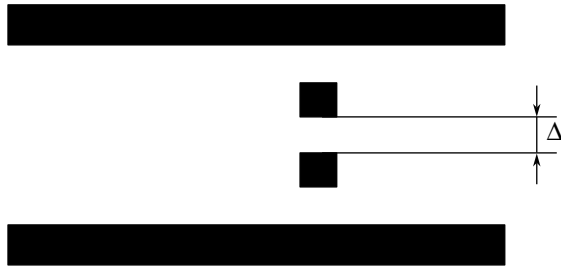
Если же значение угла превышает  $\varphi_{кр} = \pi/4$  (в модели из-за дискретного характера конфигурации препятствий наименьшим из таких углов был  $\varphi = \arctg(3/2) = 0.98$ ), то затор возникает при сравнительно небольших плотностях потока; на фиг. 2 показана зависимость от времени плотностей потока перед сужением (I) и после него (II) при начальной плотности потока, равной 0.1. Видно, что на протяжении некоторого периода времени ( $15 < t < 45$ ) плотность входящего потока стабильно превышает плотность выходящего, при этом последний даже несколько снижается.



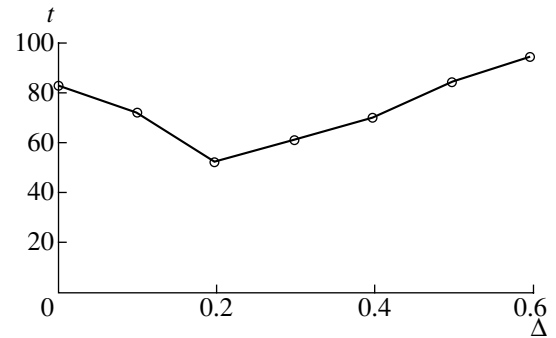
Фиг. 1.



Фиг. 2.



Фиг. 3.



Фиг. 4.

Это указывает на возникновение в сужении “пробки”, что подтверждается и визуальными наблюдениями за графиками распределений состояний клеток автомата.

Вторая задача состоит в том, чтобы найти оптимальное (т.е. не приводящее к затору при возможно больших плотностях потока людей) расположение двух одинаковых конструкций, перекрывающих вместе 40% ширины прохода (фиг. 3). Здесь в роли параметра бралось расстояние между конструкциями  $\Delta$ , а минимизировалось время прохождения группы из заданного числа (40) человек. Зависимость среднего по 10 испытаниям времени прохождения группы людей через частично перекрытый проход (выраженного в долях ширины прохода) от  $\Delta$  показана на фиг. 4. Из этих результатов может быть сделан вывод, что оптимальным является такое расположение зазоров, при котором проход делится на три равных части.

Представленная модель, на наш взгляд, является примером междисциплинарного подхода, при котором результаты, полученные в одной области научного знания, могут быть применены при исследованиях в другой сфере.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Малинецкий Г.Г., Степанцов М.Е. Клеточные автоматы для расчета некоторых газодинамических процессов // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1996. Т. 36. № 5. С. 137–145.
2. Малинецкий Г.Г., Степанцов М.Е. Моделирование диффузионных процессов с помощью клеточных автоматов с окрестностью Марголуса // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1998. Т. 38. № 6. С. 1017–1020.
3. Малинецкий Г.Г., Степанцов М.Е. Моделирование динамики движения толпы при помощи клеточных автоматов с окрестностью Марголуса // Изв. вузов. Прикл. нелинейная динамика. 1997. Т. 5. № 5. С. 75–79.
4. Степанцов М.Е. Моделирование динамики движения группы людей на основе решеточного газа с не-локальными взаимодействиями // Изв. вузов. Прикл. нелинейная динамика. 1999. Т. 7. № 5. С. 44–46.
5. Hardy J., Pomeau Y., de Pazzis O. Time evolution of a two-dimensional model system // J. Math. Phys. 1978. V. 19. № 3. P. 293–297.